Curso de Pós-Graduação em Economia- CAEN
Da Universidade Federal do Ceará

Exame de Qualificação em Microeconomia
Março de 2012

<u>Leia com a atenção as instruções abaixo:</u>

1) A prova compõe-se de quatro questões com iguais pesos.
2) Duração Máxima da Prova: 4 horas **IMPRORROGÁVEIS.**
3) É proibida a consulta de qualquer material durante o exame.
4) Responda as questões nas folhas próprias entregues pela secretaria.
5) **Não** escreva em hipótese alguma seu nome na prova, apenas o seu **número.**
6) Ao entregar o exame não esqueça de assinar a folha de presença.

Número do Candidato: ________________________

Composição da Banca examinadora

Maurício Benegas (Presidente)
João Mário Santos de França
Paulo de Melo Jorge Neto
Paulo Rogério Faustino Matos

Boa Sorte

Questão 1. Prove que:

(a) A função lucro é não decrescente nos preços dos produtos, não crescente nos preços dos insumos e homogênea de grau 1.

(b) A função custo é não decrescente e homogênea de grau 1 em w, onde w é o vetor de preços dos fatores de produção.

Questão 2 - Resolva os probblemas a seguir:

20% - a) Considere um agente que possuí uma riqueza inicial $w = 6$ e utilidade Bernoulli dada por $u(x) = \sqrt{x}$. Considere a aposta $(19, 10; p, 1 - p)$. Inicialmente suponha que o agente é proprietário dessa loteria. Qual seria o preço mínimo pelo qual este agente estaria disposto a vender sua loteria? Por outro lado, se o agente não for proprietário da loteria, qual seria o preço máximo que o agente estaria disposto a pagar pela mesma?

20% - b) Qual deve ser a forma funcional da utilidade Bernouli de um agente que possua aversão relativa ao risco constante?

30% - c) Considere um mercado em que o governo impõe um imposto específico com alíquota t. Suponha que a demanda e a oferta de mercado sejam dadas respecitivamente por $P(q) = a - bq$ e $C'(q) = c + dq^2$, onde $(a, b, c, d) >> 0$ e $a > c$. Calcule o ônus do imposto (*deadweight loss*) e encontre a alíquota que minimiza esse ônus considerando o fato de que o governo necessita de uma arrecadação mínima de R.

30% - d) Considere o modelo de externalidade unilateral com dois consumidores em que o consumidor 1 exerce e o consumidor 2 sofre a externalidade. As utilidade indiretas são $\phi_1(h) + \omega_1$ e $\phi_2(h, e) + \omega_2$ para os consumidores 1 e 2, respectivamente. As quantidades h, ω_1 e ω_2 representam, respectivamente, a ação que provoca a externalidade e os numerários de cada consumidor. A variável $e \in \mathbb{R}$ representa uma ação tomada pelo consumidor 2 que afeta o grau de incidência da externalidade sobre o mesmo. Assuma que a externalidade é negativa e que as utilidades são estritamente côncavas em h. Adicionalmente suponha que $\partial^2 \phi_2(h, e)/\partial h \partial e > 0$, ou seja, um aumento em e reduz o efeito marginal da externalidade. Por fim, suponha que ambos, h e e, podem ser taxados ou subsidiados. No esquema de taxação ótima, a quantidade e deveria ser taxada ou subsidiada? Por que ou por que não?

Questão 3: Observe a seguinte modelagem de consumo em uma economia com multiperíodos e S estados da natureza, segundo a qual, o agente econômico se depara com o problema de escolha ótima entre consumo e poupança:

$$
\begin{aligned}
& \max_{\{\boldsymbol{\xi}_{t,\ldots},\boldsymbol{\xi}_{t+j}\}} E_t\left(\sum_{j=0}^{\infty}\beta^j.u(\mathbf{c}_{t+j})\right) \\
& s.a. \\
c_t &= e_t \; - \mathbf{p}_t.\boldsymbol{\xi}_t + \mathbf{d}_t.\boldsymbol{\xi}_t \\
\mathbf{c}_{t+j} &= \mathbf{e}_{t+j} \; + \sum_{k=1}^{K}\mathbf{d}_{k,t+j}.\xi_{k,t} \qquad j = 1, 2, ...
\end{aligned}
$$

onde:
c_t - consumo em t
e_t - dotação em t
$\mathbf{p}_t$ - vetor de preço dos K ativos em t
$\mathbf{d}_t$ - vetor de dividendos dos K ativos em t
$\boldsymbol{\xi}_t$ - vetor de pesos dos K ativos (carteira) em t
$\mathbf{c}_{t+j}$ - vetor de consumo em $t+j$
$\mathbf{e}_{t+j}$ - vetor de dotações em $t+j$
$\mathbf{d}_{k,t+j}$ - vetor de dividendos do ativo k ativos em $t+j$
β - fator subjetivo de desconto
$u(\mathbf{c}_{t+j})$ - utilidade de se consumir em $t+j$

Parte I (40%):
a. Derive com relação a $\boldsymbol{\xi}_{k,t}$e obtenha a CPO.
b. Sob que condições impostas aos fundamentos e funções desta economia, podemos assegurar a validade da CSO de forma que estejamos maximizando e não inimizando o fluxo descontado de utilidade?
c. Estando diante de uma situação em que se monta uma carteira em t, a qual dará direito a um fluxo de dividendos *ad infinitum*, obtenha a equação de apreçamento fundamental (*consumption based*) de um ativo k em t. Para tal, use a lei das expectativas iteradas e hipótese de exclusão de bolhas (condição de transversalidade), para chegar na eq. final dada por:

$$p_{k,t} = E_t\left(\sum_{j=0}^{\infty}\mathbf{M}_{t,t+j}.\mathbf{d}_{k,t+j})\right) \tag{1}$$

onde $\mathbf{M}_{t,t+j} = \prod_{i=0}^{j}\mathbf{M}_{t+i}$ e $\mathbf{M}_{t+i} = \frac{\beta.u\acute{}(\mathbf{c}_{t+i+1})}{u\acute{}(c_{t+i})}$.

d. Derive a equação de apreçamento fundamental, para o caso particular de um mundo com apenas dois períodos, isto é, t e $t+1$, sendo o ativo vendido em $t+1$.

Parte II (60%):

Leia o texto abaixo de da Costa e Matos (2008):

[...] The habit formation literature emerges as a natural attempt to capture some features of the consumption behavior, such as the effect of today's consumption on tomorrow's marginal utility of consumption, or in macroeconomic terms, the perception that recessions are so feared even though the recession period may not be one of the worst periods in the history. The major theoretical papers on this subject are Ryder and Heal (1973), Sundaresan (1989), and Constantinides (1990).

The main issue to be addressed in this framework is the specification of state variables that will be incorporated in the utility function of the agent, playing the role of a reference consumption level. When the state variable, X_t, depends on an agent's own consumption and the agent takes it into account when choosing how much to consume, then we have a standard internal habit model, such as those in Sundaresan (1989) and also Constantinides (1990). When this habit depends on variables which are unaffected by the agent's own choice, rather depending on what others do, we are dealing with an external habit model. The literature based on this latter framework is rather extensive, including the works of Abel (1990), Abel (1999) and Campbell and Cochrane (1999), to name a few.

We will limit our analysis to the external habit models, for simplicity, since our intent is to explore two other common features of the habit framework when dealing with equity and foreign currency risk premia.

We will limit our analysis to the external habit models, for simplicity, since our intent is to explore two other common features of the habit framework when dealing with equity and foreign currency risk premia.

When modelling habit formation the first thing we must decide is whether to use ratio or difference. In the first case, with constant risk aversion, the standard time-separable power utility function becomes

$$u(c_t, x_t) = \frac{1}{(1-\alpha)(1-\varphi)} \left(\frac{c_t}{x_t}\right)^{1-\alpha} x_t^{1-\varphi}, \tag{2}$$

where α is the curvature parameter for relative consumption, while φ assumes this same function for the benchmark level.

Catching-up with the Joneses *The Abel's (1990) catching up with the Joneses model, which was initially introduced in order to account for the high observed value for the equity premium, assumes that the habit level depends only on the first lag of aggregate consumption, denoted by $\overline{c}_{t-1}$.*

It is easy to see this formulation as a special case of the equation in ratio, where $\varphi = 1$ and the level habit is given by $x_t = \overline{c}_{t-1}^{\kappa}$, which enables us to rewrite it as

$$u(c_t) = \frac{1}{(1-\alpha)}\left(\frac{c_t}{\overline{c}_{t-1}^{\kappa}}\right)^{1-\alpha} \tag{3}$$

In equilibrium the relation $c_{t+1} \equiv \overline{c}_{t+1}$ *holds.*

e. Obtenha a fórmula do fator estocástico de desconto $\mathbf{M}_{t+1}$ (*consumption based*): i) para a utilidade em sua versão canônica (*Constant relative risk aversion - CRRA*) e ii) com base nesta função utilidade proposta por Abel (1990).

f. Seja $\mathbf{R}_{t+1}^{i}$ o retorno real de um ativo financeiro i, cujo preço obviamenté é 1. A equação de apreçamento fundamental geral para retornos, ou retornos excedentes pode ser escrita então da seguinte forma:

$$1 = \mathbb{E}_t\left[\mathbf{M}_{t+1}\mathbf{R}_{t+1}^{i}\right], \quad \forall i = 1, 2, \cdots, N, \text{ or,} \tag{4}$$

$$0 = \mathbb{E}_t\left[\mathbf{M}_{t+1}\left(\mathbf{R}_{t+1}^{i} - \mathbf{R}_{t+1}^{j}\right)\right], \quad \forall i, j. \tag{5}$$

No caso específico do conhecido *Equity Premium Puzzle*, o interesse de um pesquisador brasileiro consiste em estudar o comportamento de um *benchmark* do mercado acionário, como o Índice da Bolsa de valores de São Paulo em relação a uma taxa livre de risco, como a poupança. Considere o retorno real do Ibovespa em $t+1$ dado por $\mathbf{R}_{t+1}^{ibov}$ e o retorno da poupança em $t+1$ dado por $\mathbf{R}_{t}^{poup}$, ou seja, por ser livre de risco, esta é mensurável em t.

Assuma que a função de distribuição de probabilidade condicional dos processos $\mathbf{M}_{t+1}$ e $\mathbf{R}_{t+1}^{i}$ sejam lognormais, de forma que se possa usar a seguinte relação característica desta distribuição:

$$X\tilde{\ } lognormal(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \mathbb{E}(X) = \mathbb{E}(e^{\ln(X)}) = e^{(\mu + \frac{\sigma^2}{2})} \tag{6}$$

Esta relação (**??**) vale tanto incondicionalmente, como condicionado a algum conjunto de informação I_t. A partir da hipótese de lognormalidade e com base na relação condicional de apreçamento (5) aplicada aos ativos Ibovespa e poupança, mostre:

f.1. que valores devem ser satisfeitos pelos parâmetros da versão canônica da função utilidade para acomodar a evidência de que há um prêmio de risco - $\mathbb{E}_t\left(\mathbf{R}_{t+1}^{ibov} - \mathbf{R}_{t}^{poup}\right)$ - muito elevado, dados os níveis de variância condicional do Ibovespa, $\sigma_t^2\left(\mathbf{R}_{t+1}^{ibov}\right)$.

f.2. por que a extensão do CRRA proposta por Abel (1990) não deve ser muito útil para explicar esta evidência empírica acerca do prêmio de risco e da variância condicional do Ibovespa.

Questão 4 - Em uma economia especificada por $[\{(X_i, \succeq_i)\}_{i=1}^{I}, \{Y_j\}_{j=1}^{J}, \omega]$ com preferências convexas e localmente não saciadas, é verdade então que a alocação ótimo de Pareto (x^*, y^*) também maximiza Bem-estar? (Explique sua resposta)