



Curso de Pós-Graduação em Economia – CAEN Universidade Federal do Ceará

Exame de Qualificação em Microeconomia
06 de Março de 2009

Leia com a atenção as instruções abaixo:

1. A prova compõe-se de quatro questões no valor total de 240 pontos, distribuídos igualmente entre as questões.
2. Duração Máxima da Prova: 4 horas **IPRORROGÁVEIS**.
3. É proibida a consulta de qualquer material durante o exame.
4. Responda as questões nas folhas próprias entregues pela secretaria.
5. **Não** escrever em hipótese alguma seu nome na prova ou qualquer outro sinal de identificação
6. Ao entregar o exame não esqueça de assinar a folha de presença.

Número do Candidato: _____

Composição da Banca examinadora

Prof. Mauricio Benegas (Presidente)
Prof. João Mário França
Prof. Paulo de Melo Jorge Neto
Prof. Sérgio Aquino de Souza

Boa Sorte!

1ª Questão:

Numa economia, existem n mercadorias. Um agente tem função de utilidade Cobb-Douglas, dada por:

$$U(x) = \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i}$$

Resolva o problema de maximização do consumidor e determine as suas funções de demanda Walrasiana. Verifique se o gasto com um determinado bem é uma fração constante da renda do consumidor.

(Assuma, para simplificar, que $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$).

Denotando por $r_A(\cdot)$ o coeficiente de Aversão Absoluta ao Risco, dizemos que uma função utilidade Bernoulli exibe Aversão Absoluta ao Risco Harmônica se $r_A(x) = \left(\eta + \frac{x}{\gamma}\right)^{-1}$. Mostre que uma função utilidade Bernoulli $u(\cdot)$ exibe Aversão Absoluta ao Risco Harmônica se e somente se $u(x) = \zeta \left(\eta + \frac{x}{\gamma}\right)^{1-\gamma}$. Com relação à essa função utilidade Bernoulli, encontre:

- O certo equivalente de uma loteria uniforme no intervalo $[a, b]$.
- O prêmio de probabilidade da aposta $(0, 1; \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

Suponha neste problema que atuem 2 empresas no mercado, onde se comercializa um **produto homogêneo**. São descritas abaixo as hipóteses do modelo de Cournot e de Stackelberg.

Cournot: As duas empresas possuem custo marginal igual a $c < a$, custo fixo zero e estabelecem quantidades (variável estratégica) simultaneamente. Seja P o preço do produto e Q_i a quantidade produzida pela firma $i = 1, 2$. A demanda do mercado é dada por $P = a - Q$, onde $Q = Q_1 + Q_2$.

Stackelberg: As duas empresas possuem custo marginal igual a $c < a$, custo fixo zero e estabelecem quantidades em períodos diferentes. A empresa 1 (líder) estabelece sua quantidade (Q_1) no primeiro período. Por sua vez empresa 2 (seguidora) estabelece sua quantidade (Q_2) após observar a produção da empresa líder. A demanda do mercado é dada por $P = a - Q$, onde $Q = Q_1 + Q_2$.

- a. De acordo com o modelo de Cournot responda às seguintes perguntas: Qual a quantidade que cada firma produzirá em equilíbrio de Nash? Qual a quantidade total produzida? Qual será o preço de mercado em equilíbrio? Calcule os lucros de cada empresa bem com o lucro total? [3 pontos]
- b. De acordo com o modelo de Stackelberg responda às seguintes perguntas: Qual o preço em equilíbrio de Nash? Calcule os lucros de cada empresa bem com o lucro total. Compare estes resultados com aqueles obtidos no modelo de Cournot. Interprete economicamente a diferença dos resultados obtidos nos itens (a) e (b). [3 pontos]
- c. Ainda de acordo com o modelo de Cournot, mostre que ambas as firmas estariam melhor situação se realizassem conluio (ou seja, se cobrassem o preço que vigoraria em um monopólio). Mostre, no entanto, que o conluio não constitui equilíbrio de Nash. [4 pontos]
- d. Um das formas de atingir os retornos do conluio no modelo de Cournot seria modelar o jogo de forma dinâmica, repetindo o jogo estático várias vezes. No caso de repetições infinitas do jogo estático de Cournot é possível desenhar uma estratégia que envolva punições e recompensas de forma a sustentar os retornos do conluio em cada período. Enuncie tal estratégia e mostre sob que restrição do parâmetro que mede impaciência dos agentes (fator de desconto) esta estratégia constitui equilíbrio de Nash perfeito em subjogos no jogo repetido. Interprete economicamente esta restrição. [5 pontos]
- e. Mostre, no entanto, que se a repetição for finita a estratégia enunciada no item anterior não constitui eq. de Nash no jogo repetido. Qual é então o equilíbrio do jogo repetido? [5 pontos]

Considere um mercado de trabalho onde um trabalhador tem sua produtividade dada por $T=\{1,2\}$. Este trabalhador seleciona um nível de educação $m \in \mathcal{R}_+$. Duas firmas, i e j , idênticas neutras ao risco observam a escolha de educação do trabalhador e oferecem simultaneamente uma proposta de emprego como salário w_i e w_j respectivamente. O trabalhador seleciona a maior oferta randomizando em caso de valores iguais, Faça w o valor dessa maior oferta, o payoff para o trabalhador do tipo t ao aceitar a proposta w e escolher o nível de educação m é $U_S(t,m,w)=a-m^2/t$. Para a firma a produtividade de um trabalhador do tipo t que seleciona o nível de educação m é $t.m$, de modo que o payoff para a firma que oferece salário w_i é $U_{R_i}(t,m,a_i)=t.m-w_i$. Determine um equilíbrio desse jogo.