Curso de Pós-Graduação em Economia – CAEN
Universidade Federal do Ceará

Exame de Qualificação em Microeconomia
Setembro de 2008-09-11

Leia com a atenção as instruções abaixo:

1. A prova compõe-se de seis questões no valor total de 240 pontos.
2. Duração Máxima da Prova: 6 horas **IPRORROGÁVEIS.**
3. É proibida a consulta de qualquer material durante o exame.
4. Responda as questões nas folhas próprias entregues pela secretaria.
5. **Não** escrever em hipótese alguma seu nome na prova ou qualquer outro sinal de identificação
6. Ao entregar o exame não esqueça de assinar a folha de presença.

Número do Candidato: ______________________

Composição da Banca examinadora

Prof. Mauricio Benegas (Presidente)
Prof. Paulo de Melo Jorge Neto
Prof. Sérgio Aquino de Souza

Boa Sorte!

Exame de qualificação de Microeconomia 2008.2

QUESTÃO 1 – [20 pontos]

Os itens a seguir referem-se às teorias do consumidor e da firma.

(a) Seja $v(p,w)$ a função utilidade indireta do consumidor em que p é o vetor de preços e w é a riqueza. Diz-se que $v(p,w)$ é logaritmicamente homogênea se $v(p,\alpha w) = v(p,w) + \ln \alpha$ para qualquer $\alpha > 0$. Mostre que se $v(\cdot,\cdot)$ é logaritmicamente homogênea então $x(p,1) = -\nabla_p v(p,1)$, onde $x(\cdot,\cdot)$ é o vetor de demanda Walrasiana. [5 pontos]

(b) Um consumidor de dois bens enfrenta preços e renda positivos. Sua função utilidade é dada por:

$$u(x_1, x_2) = \max\{ax_1, ax_2\} + \min\{x_1, x_2\}, \quad 0 < a < 1$$

Derive as funções de demanda Walrasianas. [10 pontos]

(c) Seja $f : \Re_+^n \to \Re_+$ uma função de produção e $c(w, y)$ a função custo associada, onde w é um n-vetor de preços e y o nível de produto. Mostre que se a função de produção é homogênea de grau $\alpha > 0$ então $c(w, y) = y^{1/\alpha} c(w,1)$. [5 pontos]

QUESTÃO 2 – [20 pontos]

Numa economia com dois períodos um consumidor tem riqueza no primeiro período igual a w. A utilidade do consumidor é dada por:

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + v(c_2)$$

onde u e v são funções côncavas e c_1 e c_2 denotam o consumo no primeiro e no segundo período respectivamente. Denote por x o montante poupado pelo consumidor no primeiro período (de modo que $c_1 = w - x$ e $c_2 = x$). Denote por x_0 o nível ótimo de poupança neste cenário.

Nós agora introduzimos incerteza nessa economia. Se o consumidor poupa x no primeiro período, no segundo período sua riqueza é dada por $x + y$ onde y é distribuído de acordo com $F(\cdot)$. Denote por $E[\cdot]$ o operador de esperança de $F(\cdot)$ e assuma que a função utilidade Bernoulli sobre os níveis de riqueza realizados no primeiro e no segundo período (w_1, w_2) é $u(w_1) + v(w_2)$. Portanto, o consumidor agora resolve:

$$\max_x u(w - x) + E[v(x + y)]$$

Denote por x^* a solução para o problema acima.

(a) Mostre que se $E[v'(x_0 + y)] > v'(x_0)$ então $x^* > x_0$. [5 pontos]

(b) Defina o *coeficiente de prudência absoluta* de uma função utilidade v no nível de riqueza x por $-v'''(x)/v''(x)$. Mostre que se o coeficiente de prudência absoluta de uma função utilidade v_1 não é maior do que o coeficiente de prudência absoluta de uma função utilidade v_2 então $E[v_1'(x_0 + y)] > v_1'(x_0)$ implica $E[v_2'(x_0 + y)] > v_2'(x_0)$. Quais são as implicações desse fato no contexto do item **(a)**? [10 pontos]

(c) Mostre que se o coeficiente de aversão ao risco absoluto é decrescente na riqueza, então $-v'''(x)/v''(x) > -v''(x)/v'(x)$ para todo x e portanto $v'''(\cdot) > 0$. [5 pontos]

QUESTÃO 3 – [20 pontos]

Suponha neste problema que atuem 2 empresas no mercado, onde se comercializa um **produto homogêneo**. São descritas abaixo as hipóteses do modelo de cournot e de Stackelberg.

Cournot: As duas empresas possuem custo marginal igual a **c<a ,** custo fixo zero e estabelecem quantidades (variável estratégica) simultaneamente . Seja P o preço do produto e Q_i a quantidade produzida pela firma i = 1,2. A demanda do mercado é dada por P= a – Q, onde $Q=Q_1 + Q_2$.

Stackelberg: As duas empresas possuem custo marginal igual a **c <a**, custo fixo zero e estabelecem quantidades em períodos diferentes. A empresa 1(líder) estabelece sua quantidade (Q_1) no primeiro período. Por sua vez empresa 2 (seguidora) estabelece sua quantidade (Q_2) após observar a produção da empresa líder. A demanda do mercado é dada por P= a – Q, onde $Q=Q_1 + Q_2$.

a. De acordo com o modelo de Cournot responda às seguintes perguntas: Qual a quantidade que cada firma produzirá em equilíbrio de Nash? Qual a quantidade total produzida? Qual será o preço de mercado em equilíbrio? Calcule os lucros de cada empresa bem com o lucro total? [3 pontos]

b. De acordo com o modelo de Stackelberg responda às seguintes perguntas: Qual o preço em equilíbrio de Nash? Calcule os lucros de cada empresa bem com o lucro total. Compare estes resultados com aqueles obtidos no modelo de Cournot. Interprete economicamente a diferença dos resultados obtidos nos itens ***(a)*** e ***(b)***. [3 pontos]

c. Ainda de acordo com o modelo de Cournot, mostre que ambas as firmas estariam melhor situação se realizassem conluio (ou seja, se cobrassem o preço que vigoraria em um monopólio). Mostre, no entanto, que o conluio não constitui equilíbrio de Nash. [4 pontos]

d. Um das formas de atingir os retornos do conluio no modelo de Cournot seria modelar o jogo de forma dinâmica, repetindo o jogo estático várias vezes. No caso de repetições infinitas do jogo estático de Cournot é possível desenhar uma estratégia que envolva punições e recompensas de forma a sustentar os retornos do conluio em cada período. Enuncie tal estratégia e mostre sob que restrição do parâmetro que mede impaciência dos agentes (fator de desconto) esta estratégia constitui equilíbrio de Nash perfeito em subjogos no jogo repetido. Interprete economicamente esta restrição. [5 pontos]

e. Mostre, no entanto, que se a repetição for finita a estratégia enunciada no item anterior não constitui eq. de Nash no jogo repetido. Qual é então o equilíbrio do jogo repetido? [5 pontos]

QUESTÃO 4 – [20 pontos]

Considere um mercado de trabalho onde cada trabalhador pode se empregar por um salário w, produzindo θ do produto, ou ficar com um salário reserva de zero. Existem dois tipos possíveis de trabalhadores conforme sua produtividade ser θ_H ou θ_L, com $\theta_H > \theta_L > 0$. A probabilidade do trabalhador ser do tipo alto é de conhecimento público e igual a λ. O tipo escolhido pela natureza para o trabalhador é no entanto um valor privado que apenas este toma conhecimento. Após identificar seu grau de produtividade, o trabalhador pode obter um nível de educação e anunciar ao empregador tal informação. O nível de educação é observável e identificável pelo empregador. O custo $c(e,\theta)$ de se obter informação obedece as seguintes especificidades: $c(0,\theta)=0$, $c_e(e,\theta)>0$, $c_{ee}(e,\theta)>0$, $c_\theta(e,\theta)<0$ para todo $e>0$, $c_{e\theta}(e,\theta)<0$ (onde o sub-escrito refere-se a derivada parcial). $U(w,e/\theta)$, que denota a utilidade do trabalhador de tipo θ que escolheu o nível de educação e recebendo o salário w, pode ser definida por $U(w,e/\theta)=w-c(e,\theta)$. Considerando o preço do produto igual a 1 e que o empregador é neutro ao risco, existe uma disputa entre dois empregadores pelo trabalhador. Tal disputa ocorre após o trabalhador ter escolhido o nível de educação e este sinal ter sido emitido aos dois empregadores. A seguir o trabalhador escolhe que oferta aceitar, podendo não aceitar qualquer oferta. Observando que o nível de educação não afeta o nível de produtividade do trabalhador derive um equilíbrio de separação e um equilíbrio de pooling para esse jogo de sinalização.

QUESTÃO 5 – [20 pontos]

Considere uma empresa que possui três departamentos que demandam recursos de tecnologia de informação (TI). Cada departamento precisa de novo sistema de processamento de dados. O primeiro passo dado pela empresa foi o cálculo estimado do consumo de recursos de TI que os três departamentos operacionais demandariam do novo departamento de processamento de dados. A empresa soube, por meio desse levantamento, que os departamentos A e C consomem uma quantidade de recursos de TI (medidos em IVIIPS — Milhões de Instruções por Segundo) menor (1.733 MIPS e 1.333 MIPS, respectivamente) do que o departamento B, que consorne mais da metade do que é consumido pelos três departamentos (3.933 MIPS).

Realizadas as estimativas dos custos, o problema passa a ser de avaliação do investimento. A empresa avalia se, considerando a economia obtida, vale a pena ou não a centralização dos serviços de TI. Caso seja interessante para a empresa, o problema passa a ser convencer os departamentos operacionais de que a centralização também trará benefícios majores do que a manutenção de estruturas próprias de processamento de dados. Abaixo seguem estimativas para as diversas situações possíveis:

1. o departamento A mantém sua estrutura de TI por $5.000,00:
2. o departamento B mantém sua estrutura de TI por $3.000,00;
3. o departamento C mantém sua estrutura de TI por $5.000,00;
4. se apenas A e B cooperassem entre si para montar urna estrutura comum, isso resultaria em um custo de $6.000,00:
5. se B e C entrassem em um acordo, isso resultaria em um custo de $7.000,00;
6. se A e C cooperassem, seria alcançado um custo de $10.000,00;
7. se A, B e C utilizassem a mesma estrutura de TI, seria alcançado um custo de $10.500,00.

O gerente financeiro da empresa encontra um paradoxo. Muito embora seja fácil perceber que a melhor solução para atender as necessidades dos três departamentos (e que representa o menor custo para a empresa) é a criação de uma unidade centralizadora do serviço, comum aos três departamentos operacionais, onde a empresa economizaria cerca de $2.500,00, a distribuição dos custos entre os departamentos pelo critério da utilização do serviço não é vantajosa para o departamento C. Nesse caso, o custo de cada um dos departamentos é dado pela proporção de seu consumo em relação ao consumo total dos três departamentos (nesse exemplo, medido em “minutos de processamento”). Pelo critério da utilização, a distribuição resultaria no seguinte vetor de custos: a = (2.600,2.000,5.900). Essa distribuição de custos não é vantajosa para o departamento C, que receberá urna conta de $5.90000 ($10.500,00 /7.000 MIPS * 3.933 MIPS = $5.900,00). Resolva o paradoxo desse gerente.

QUESTÃO 6 – [20 pontos]

Considere uma economia de trocas com dois períodos, dois estados (1 e 2) da natureza no segundo período, um bem em cada período e estado da natureza e dois consumidores com funções utilidades:

$$u_h(x_h^0 x_h^1 x_h^2) = \ln(x_h^0) + a\ln(x_h^1) + (1-a)\ln(x_h^2), \quad a < 1, \quad h = 1,2$$

Os consumidores possuem respectivamente dotações iniciais dadas por $e_1 = (2,1,2)$ e $e_2 = (2,2,1)$. Descrita a economia, responda:

a. Suponha que esta economia possua mercados contingentes completos. Identifique em que "mundo" estes consumidores se encontram e calcule o equilíbrio competitivo. [10 ponto]

b. Note que o consumo de cada agente no segundo período independe do estado da natureza. Justifique com base na teoria de finanças/ microeconomia este resultado. [5 ponto]

c. Suponha que esta economia possua dois ativos financeiros com pagamentos nominais no segundo período dados por:

$$y^1 = (1,1)$$
$$y^2 = (2,0)$$

Calcule o equilíbrio financeiro desta economia e compare os resultados obtidos no ítem (a) desta questão. [5 ponto]